

Zusammensetzung solle entweder durch alleinige Anwendung der algebraischen Grundoperationen (Addition, Subtraktion, Multiplikation, Division) oder durch Wiederholung dieser Operationen in endlicher Zahl (Potenzierung, Radizierung, Gleichungsauflösung usw.) erfolgen — so entstehen die algebraischen Funktionen — oder durch Miteinbeziehung von Exponenten, Logarithmen, trigonometrischen Funktionen usw., wodurch man auf transzendente Funktionen geführt werde. Das wichtigste Hilfsmittel zur Erzeugung transzendenter Funktionen sei allerdings die (in der *Introductio* bewußt ausgeschlossene) Integration. Eine Funktion könne jedoch nur dann als echte Transzendente gelten, wenn das Mitwirken transzendenter Operationen unvermeidlich sei; das Eingehen einzelner transzenter Konstanten, wie etwa der Zahl  $\pi$ , in das Operationsgefüge genüge noch nicht. Daher werde etwa  $x^n$  als eine algebraische Funktion anzusehen sein; ebenso die von einigen als interszentent bezeichnete Funktion  $x^{1/2}$ . Übrigens nehme eine Funktion (gegebenenfalls durch Übergang zu komplexen Argumenten) jeden bestimmten Wert an, es sei denn, daß Scheinfunktionen, wie etwa  $x^0$ ,  $1^x$  oder  $a-a/x$ , vorlägen.

Wir sehen, wie eng und speziell der EULERSche Funktionsbegriff ist. Es handelt sich um naheliegende, aber unzulässige Verallgemeinerungen der Verhältnisse an den einfachsten und rechnerisch voll zugänglichen Beispielen. Das Ganze hängt damit zusammen, daß sich EULER von der Tragweite der algebraischen Methoden zur Auflösung von Gleichungen unrichtige Vorstellungen gebildet hat. Er ist (gleich allen seinen Zeitgenossen) von der algorithmischen Auflösbarkeit der allgemeinen Gleichungen, auch höheren als des 4. Grades, durch ausschließlichen Gebrauch von Wurzelzeichen fest überzeugt. Deshalb sieht er es nur als eine Folge des « gegenwärtig noch mangelhaften Zustandes der Algebra » an, wenn man eine implizit durch eine Gleichung gegebene algebraische Funktion nicht explizit darzustellen vermag. Aus dem gleichen Grund ist für ihn der Fundamentalsatz der Algebra (daß nämlich jede Gleichung  $n$ -ten Grades genau  $n$  Lösungen besitzt, die gegebenenfalls mehrfach zu zählen sind) eine Selbstverständlichkeit. Überdies fehlt ihm das richtige Empfinden für den Begriff der Stetigkeit, den Grenzwertbegriff und alles, was damit zusammenhängt. Die wichtige Einsicht, daß z. B. die Funktion  $\frac{a^x - ax}{a - x}$  an der Stelle  $x=a$  unbestimmt wird und dort selbst den Wert  $a$  nur auf Grund eines Grenzüberganges mit  $x \rightarrow a$  erhalten kann, bleibt ihm verschlossen. Das Entscheidende ist, daß hier nicht etwa Unvollkommenheiten in der Auffassung vorliegen, sondern tiefgreifende Fehlmeinungen. Sie lassen sich nicht durch zusätzliche Annahmen berichtigten, vielmehr können sie nur durch einen völligen Auffassungswandel überwunden werden. EULER verdankt das Beste, was er zu geben hat — die Fülle seiner zahllosen neuen Einzelergebnisse —, nicht etwa einer vertieften mathematischen Einsicht in die Zusammenhänge, sondern seiner allerdings ans Unvorstellbare grenzenden algorithmischen Kraft, die ihn dazu befähigt, die aufgeworfenen Probleme von immer neuem Standpunkt aus anzugehen. Auf diese Weise vermag er die gewonnenen Ergebnisse fortwährend zu kontrollieren und nötigenfalls zu berichtigten.

Der mathematisch interessanteste Teil der *Introductio* sind die Kapitel 8/10 des ersten Buches. Zunächst erscheinen die auf Grund des Additionstheorems für Cosinus und Sinus gewonnenen Formeln

$$\cos nx \pm i \sin nx = (\cos x \pm i \sin x)^n,$$

dann wird rechts nach dem binomischen Lehrsatz entwickelt, hier-

auf  $nx = y$ ,  $x = 0$ ,  $n = \infty$  gesetzt (das Ganze ist durch Grenzübergang leicht einwandfrei zu machen). So entstehen die Potenzreihen für  $\cos y$  und  $\sin y$ . Es gilt aber, wie im 7. Kapitel gezeigt wurde,

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{t}{n}\right)^n = e^t$$

also mit  $t = ix$  einerseits  $e^{ix} = \cos x + i \sin x$  und andererseits  $x = \frac{1}{2i} \log \frac{\cos x + i \sin x}{\cos x - i \sin x}$ . Wird jetzt die logarithmische Reihe des 7. Kapitels für  $\log$  nat  $\frac{1+t}{1-t}$  benutzt, so entsteht die arc-tg-Reihe.

Nun besitzt aber  $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n - 1$  außer  $x$  nur Quadratfaktoren der Form  $1 + \frac{x}{n} + \left(\frac{x}{2kn}\right)^2$ . EULER bemerkt ausdrücklich, daß man hier nicht  $n = \infty$  setzen darf. Er nimmt daher die Zerlegung von  $\left(1 + \frac{x}{n}\right)^n - 1$  in die Quadratfaktoren  $1 + \left(\frac{y}{kn}\right)^2 - \left(\frac{x}{n}\right)^2$  vor und erhält hieraus mit  $n = \infty$  das unendliche Produkt

$$\frac{e^x - e^{-x}}{2} = x \left(1 + \frac{x^2}{\pi^2}\right) \left(1 + \frac{4x^2}{\pi^2}\right) \left(1 + \frac{9x^2}{\pi^2}\right) \left(1 + \frac{16x^2}{\pi^2}\right) \dots$$

Wird diese Darstellung gliedweise mit der Potenzentwicklung  $\frac{e^x - e^{-x}}{2} = x \left(1 + \frac{x^2}{1 \cdot 2 \cdot 3} + \frac{x^4}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} + \frac{x^6}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7} + \dots\right)$  verglichen, so ergeben sich unter Mitbenutzung der NEWTONSchen Potenzsummenformeln die Relationen

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^3} = \frac{\pi^2}{6}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^4} = \frac{\pi^4}{90}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{k^6} = \frac{\pi^6}{945} \text{ usw.}$$

Die erste von ihnen löst ein Problem, das schon drei Generationen in Atem gehalten hatte und dessen Tücke Männer wie LEIBNIZ, JAKOB und JOHANN BERNOULLI hatte die Segel streichen lassen<sup>1</sup>.

Selbst diese ganz bescheidenen Beispiele aus dem ersten Teil der *Introductio* genügen, um das Typische darin erkennen zu lassen: die fabelhafte algorithmische Technik und die phantasievollen Ansätze. Gewiß, die mangelnde Strenge ist störend, aber sie darf nicht den Ausschlag bei der Beurteilung EULERS geben. Der sonnige Götterliebling hat als Mensch sein sprudelndes Temperament und seine bestrickende Wesensart in die Waagschale zu werfen, als Gelehrter die mitreißende Kühnheit der Gedankenführung. Uns, die wir noch nach 200 Jahren dem Zauber seiner Darstellungskunst erliegen, ist EULER vielleicht um seiner Schwächen willen stärker vertraut denn eines der andern großen mathematischen Genies. Nein, das war er *nicht*, was ihm der bittere Haß der an Erfolgen ärmeren Fachgenossen höhnend nachgerufen hat: er war *keine* Rechenmaschine, sondern eine warme, lebhaft empfindende und in ihrer gelegentlich geradezu rührend anmutenden Schüchternheit ganz besonders liebenswerte Natur.

J. E. HOFMANN

<sup>1</sup> Über die näheren Einzelheiten der Entdeckung durch EULER und die daran sich anschließende Korrespondenz mit JOHANN und NIKLAUS BERNOULLI vgl. O. SPIESS in der *Speiser-Festschrift* (Zürich 1945), S. 1-21.

### Aufruf zur Sammlung von Sonderdrucken für das Gmelin-Institut

Das Gmelin-Institut für anorganische Chemie und Grenzgebiete in der Max-Planck-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften führt die Arbeiten am Gmelin-Handbuch der anorganischen Chemie fort. Mit der Herausgabe weiterer Teile ist, trotz der Schwierigkeit der Schrifttumslage, in einigen Monaten zu rechnen.

Das Gmelin-Institut hat seine umfangreiche Sonderdrucksammlung während des Krieges verloren. Es ist bemüht, diese Sammlung neu aufzubauen. Es bedarf dazu aber der steten und aktiven Mitarbeit aller Fachkollegen.

Es bittet demzufolge hiermit um die Überlassung von Sonderdrucken aus seinen sämtlichen Arbeitsgebieten, und zwar aus den Gebieten der anorganischen Chemie sowie aus folgenden weiteren Gebieten:

Analytische Chemie	Metallurgie
Kolloidchemie	Metallographie
Elektrochemie	Eisen und Stahl
Korrasion und Passivität	Nichteisenmetalle
Chemie des heterogenen Gleichgewichts	Leichtmetalle
Chemische Technologie	Experimentelle Physik, und zwar Kern- und Atomphysik, Radioaktivität, mechanische thermische, optische, elektrische und magnetische Eigenschaften der Materie
Mineralogie	Geschichte der Chemie
Kristallographie	
Geologie und Lagerstättenkunde	
Geochemie	
Aufbereitungskunde	
Wirtschaftschemie	

Es wird um Übersendung der Sonderdrucke an die nachstehende Anschrift gebeten:

Gmelin-Institut  
z. H. von Prof. Dr. E. PIETSCH  
*Clausthal-Zellerfeld*  
Altenauer Straße 24, Postschließfach 52

---

### Congrès - Kongresse - Congressi - Congresses ENGLAND

#### *The Hemoglobin Conference at Cambridge*

A conference on hemoglobin in memory of Sir J. BARCROFT was held at Cambridge (England) from June 15 to 17. Chairmen of the sessions were ADRIAN, KROGH, EDSELL, DRABKIN, HAUROWITZ, PAULING, and ROUGHTON. BARCROFT's life and work were commemorated first by DALE, KROGH, DOUGLAS, HILL, PETERS, ADAIR, and ROUGHTON. It should be said in the honour of BARCROFT that this memorial session constituted an excellent platform for all subsequent discussions.

The field of research in hemoglobin (Hb) is so vast that it is impossible to give a complete and impartial survey of the subjects which were dealt with. The following papers were presented and discussed.

TRISTRAM (Cambridge) dealt with the chemical composition of the globin of Hb and of horse myoglobin. The latter pigment does not contain cysteine residues, whereas human myoglobin does, according to evidence given by ROSSI-FANELLI (Pavia). Then SANGER and PORTER (Cambridge) described the free amino groups of various hemoglobins and of horse myoglobin, as studied by SANGER's DNP-method:

Crystal structure of Hb and myoglobin were separately analysed by PERUTZ and KENDREW (both of Cambridge); particular interest arose from PERUTZ's speculations on the possible disposition of the heme groups and on the structural differences between crystals of oxygenated and reduced Hb. DERVICHIAN (Paris) demonstrated the use of X-ray diffusion studies for the investigation of the structure of the Hb molecule.

GUTFREUND (Cambridge) offered observations on the sedimentation constant and osmotic pressure in sheep Hb solutions. Neither dilution nor urea alter the molecular weight of sheep Hb. A very simple and elegant method for quick osmotic pressure determinations was demonstrated by ADAIR (Cambridge). ADAIR discussed also the solubility of Hb.

DRABKIN (Philadelphia) reviewed chemical, physico-chemical, and physiological notions on Hb, myoglobin,

and also cytochrome C; he gave a remarkable illustration of the oxygen dissociation curve *in vivo*.

JOPE (London) referred to the ultraviolet absorption of Hb.

JONXIS (Rotterdam) compared the rate of disappearance of foetal Hb after birth from the blood of full-term and premature babies. In the latter case the rate is slower. From this and the different sensitivity to the Rh factors he concludes that foetal Hb is contained in special red cells. The solubility of fetal and adult Hb was reviewed by KARVONEN (Helsinki). O'BRIEN and Mrs. JOPE (Cambridge) made an extensive comparison of the characteristics of adult and foetal Hb.

VANNOTTI (Lausanne) and RIMINGTON (London) dealt with the biological synthesis of Hb. The former with special reference to the clinical aspect of lead intoxication, the latter to the synthesis of the heme group.

The problem of the occurrence of ferrihemoglobinaemia in normal man was referred to by RAMSAY (Edinburgh), whereas H. BARCROFT and GIBSON (Belfast) described inherited ferrihemoglobinaemia.

DE DUVE (Louvain) proposed a spectrophotometric method for differentiating Hb and myoglobin. DRABKIN, as well as ROSSI-FANELLI, pointed out that they had proposed similar methods previously.

WOLVEKAMP (Leiden) described the transport of oxygen and carbon dioxide in animals containing hemocyanin. MUNRO FOX (London) dealt with his studies on respiratory pigments in *Spirorbis*, *Serpula*, and *Potamilla*. DAVENPORT (Cambridge) described the properties of the Hb of *Ascaris*.

It is by no means an easy task to report what was said on the interaction between Hb and oxygen. Doubt was cast by PAULING (California) on the rigid distinction between essentially ionic reduced and essentially covalent oxygenated Hb. Moreover, when the heme loses oxygen, there is probably a loosening of the fifth iron bond. HAUROWITZ (Istanbul) by means of spectrophotometric analysis during the dehydration of oxygenated Hb renewed the interest concerning the hydration of Hb, the variation of which might be of use in the explanation of the salt and  $p_H$  effects.

WYMAN (Harvard) investigated thoroughly the dissociation curve of horse Hb in urea, a topic already studied by TAYLOR and HASTINGS and by BOERY and VESCA. WYMAN's results suggest the necessity of correcting PAULING's views on the oxygenation interaction. PAULING's well-known equation was also criticized by ROUGHTON (Cambridge), who referred to his work (in co-operation with LEGGE and NICHOLSON) on the kinetics and equilibrium of the oxygenation. Many agreed with ROUGHTON that the theoretical interpretation of the dissociation curve is still open to speculation. And, as he said, we still need more, more careful, and complete experimental data.

Our reception was most kind, and the program well planned. A successfull and stimulating symposium. The contributions are to be published as a book, which it is hoped will be available within a year.

ENZO BOERI.

### FRANCE

#### *XIII<sup>e</sup> Congrès international de zoologie Paris, juillet 1948*

C'est dans les salles de la vénérable Sorbonne où s'était déjà tenu le I<sup>er</sup> Congrès international de zoologie que siégea le XIII<sup>e</sup> Congrès. Il fut présidé avec autant de compétence que de tact par MAURICE CAULLERY, l'éminent théoricien qui jouit de la haute estime des zo-